

Chapitre 1 – 6^e

Exercice 1

Sachant que $u_0 = 1\,000$ et $r = 600$, calculer u_5 et S telle que

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$$

$$\begin{aligned} u_5 &= u_0 + 5 \cdot r \\ &= 1000 + 5 \cdot 600 \\ &= 1000 + 3000 \\ &= 4000 \end{aligned}$$

Pour pouvoir calculer la somme, il faut connaître u_1 , mais sa valeur est directe par l'énoncé : $u_1 = 1600$.

$$\begin{aligned} S &= \frac{(n - p + 1) \cdot (u_1 + u_n)}{2} \\ &= \frac{(5 - 1 + 1) \cdot (1600 + 4000)}{2} \\ &= 14\,000 \end{aligned}$$

Exercice 2

Sachant que $u_0 = 100$ et $u_{100} = 50$, calculer r .

$$\begin{aligned} u_{100} &= u_0 + 100 \cdot r \\ 50 &= 100 + 100 \cdot r \\ \frac{50 - 100}{100} &= r \\ r &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

Exercice 3

Sachant que $u_7 = 3\,000$ et $r = -50$, calculer u_1 .

$$\begin{aligned} u_7 &= u_1 + (7 - 1) \cdot r \\ 3000 &= u_1 + 6 \cdot (-50) \\ 3000 &= u_1 - 300 \\ u_1 &= 3300 \end{aligned}$$

Exercice 4

Sachant que $u_{10} = 9$ et $u_{18} = 21$, calculer u_{24} et S telle que

$$S = u_{10} + u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{24}$$

Il est possible de calculer u_{24} en utilisant u_{10} ou u_{18} :

$$\begin{aligned} u_{24} &= u_{10} + (24 - 10) \cdot r \\ &= 9 + 14 \cdot r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ou encore : } u_{24} &= u_{18} + (24 - 18) \cdot r \\ &= 21 + 6 \cdot r \end{aligned}$$

Mais l'on se rend compte que nous ne connaissons pas la raison. Calculons-la en utilisant u_{10} et u_{18} :

$$\begin{aligned} u_{18} &= u_{10} + (18 - 10) \cdot r \\ 21 &= 9 + 8 \cdot r \\ \frac{21 - 9}{8} &= r \\ r &= \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant calculer u_{24} :

$$\begin{aligned} u_{24} &= 9 + 14 \cdot \frac{3}{2} \\ &= 9 + 21 = 30 \\ \text{ou encore : } u_{24} &= 21 + 6 \cdot \frac{3}{2} \\ &= 21 + 9 = 30 \end{aligned}$$

Calculons maintenant la somme :

$$\begin{aligned} S &= \frac{(24 - 10 + 1) \cdot (9 + 30)}{2} \\ &= \frac{15 \cdot 39}{2} \\ &= \frac{585}{2} = 292,5 \end{aligned}$$

Exercice 5

1. Calculer la somme des 100 premiers nombres pairs.

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots$$

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{99}$$

$$\rightarrow u_{99} = 2 + 99 \cdot 2 = 200$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{(99 + 1) \cdot (2 + 200)}{2} \\ &= \frac{100 \cdot 202}{2} \\ &= 10100 \end{aligned}$$

2. Calculer la somme des 50 premiers multiples de 3.

$$S = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots$$

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{49}$$

$$\rightarrow u_{49} = 3 + 49 \cdot 3 = 150$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{(49 + 1) \cdot (3 + 150)}{2} \\ &= \frac{50 \cdot 153}{2} \\ &= 3825 \end{aligned}$$

3. Calculer la somme des 30 premiers multiples de 7.

$$S = 7 + 14 + 21 + 28 + \dots$$

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{29}$$

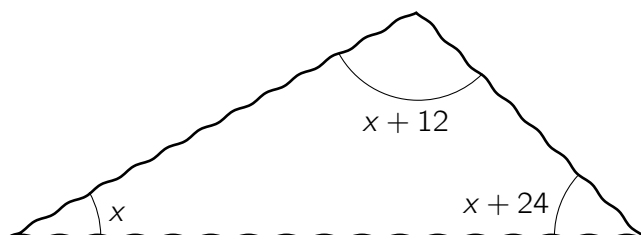
$$\rightarrow u_{29} = 7 + 29 \cdot 7 = 210$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{(29 + 1) \cdot (7 + 210)}{2} \\ &= \frac{30 \cdot 217}{2} \\ &= 3255 \end{aligned}$$

Exercice 6

Les trois angles d'un triangle forment une suite arithmétique de raison 12° ; déterminer l'amplitude de ces angles (en utilisant la formule qui convient du chapitre actuel).

Commençons par esquisser un triangle quelconque afin de visualiser la situation :



Les trois angles sont : u_0 ; u_1 ; u_2

et ils ont pour « valeur » : x ; $x + 12$; $x + 24$

Nous savons également que la somme des angles dans un triangle vaut 180° .

On a donc :

$$\begin{aligned}
 S = 180 &= \frac{(2 + 1) \cdot (u_0 + u_2)}{2} \\
 180 &= \frac{3 \cdot (x + x + 24)}{2} \\
 \frac{180 \cdot 2}{3} &= 2x + 24 \\
 \frac{120 - 24}{2} &= x \\
 x &= 48
 \end{aligned}$$

Les trois angles valent donc : 48° ; 60° ; 72°

Exercice 7

La résolution de l'exercice 7 est réalisée dans un fichier séparé.