

U2C61 - Exercices complémentaires

Remarque : Exercices à résoudre en utilisant les formules qui conviennent.

Exercice 1.1

Sachant que $u_0 = 55$ et $r = 25$, calculer :

a) u_3 ; u_{12} ; u_{50} ; u_{11} ; u_7 ; u_{16} ; u_{95} et u_4

et les trois sommes suivantes :

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3$$

$$S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$$

$$S_3 = u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16}$$

$$\begin{aligned} u_3 &= u_0 + 3 \cdot r \\ &= 55 + 3 \cdot 25 \\ &= 55 + 75 \\ &= 130 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_7 &= u_0 + 7 \cdot r \\ &= 55 + 7 \cdot 25 \\ &= 55 + 175 \\ &= 230 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{12} &= u_0 + 12 \cdot r \\ &= 55 + 12 \cdot 25 \\ &= 55 + 300 \\ &= 355 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{16} &= u_0 + 16 \cdot r \\ &= 55 + 16 \cdot 25 \\ &= 55 + 400 \\ &= 455 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{50} &= u_0 + 50 \cdot r \\ &= 55 + 50 \cdot 25 \\ &= 55 + 1250 \\ &= 1\,305 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{95} &= u_0 + 95 \cdot r \\ &= 55 + 95 \cdot 25 \\ &= 55 + 2375 \\ &= 2\,430 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{11} &= u_0 + 11 \cdot r \\ &= 55 + 11 \cdot 25 \\ &= 55 + 275 \\ &= 330 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_4 &= u_0 + 4 \cdot r \\ &= 55 + 4 \cdot 25 \\ &= 55 + 100 \\ &= 155 \end{aligned}$$

Exercice 1.1 (suite et fin)

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{(n+1) \cdot (u_0 + u_n)}{2} \\ &= \frac{(3+1) \cdot (55 + 130)}{2} \\ &= 370 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{(n-p+1) \cdot (u_p + u_n)}{2} \\ &= \frac{(12-7+1) \cdot (230 + 355)}{2} \\ &= 1\,755 \end{aligned}$$

Pour calculer S_3 , il faut connaître u_{10} .

$$\begin{aligned} u_{10} &= u_0 + 10 \cdot r \\ &= 55 + 10 \cdot 25 \\ &= 55 + 250 \\ &= 305 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow S_3 &= \frac{(n-p+1) \cdot (u_p + u_n)}{2} \\ &= \frac{(16-10+1) \cdot (305 + 455)}{2} \\ &= 2\,660 \end{aligned}$$

Pour les exercices 1.2; 1.3 et 1.4 seules les réponses finales seront données.

Exercice 1.2

Sachant que $u_0 = 18$ et $r = 15$, calculer :

a) u_3 ; u_{12} ; u_{50} ; u_{11} ; u_7 ; u_{16} ; u_{95} et u_4

et les trois sommes suivantes :

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3$$

$$S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$$

$$S_3 = u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16}$$

$$u_3 = 63$$

$$u_{12} = 198$$

$$u_{50} = 768$$

$$u_{11} = 183$$

$$u_7 = 123$$

$$u_{16} = 258$$

$$u_{95} = 1\,443$$

$$u_4 = 78$$

$$S_1 = 162$$

$$S_2 = 963$$

$$S_3 = 1\,491$$

Exercice 1.3

Sachant que $u_0 = -42$ et $r = 7$, calculer :

a) u_3 ; u_{12} ; u_{50} ; u_{11} ; u_7 ; u_{16} ; u_{95} et u_4

et les trois sommes suivantes :

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3$$

$$S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$$

$$S_3 = u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16}$$

$$u_3 = -21$$

$$u_{12} = 42$$

$$u_{50} = 308$$

$$u_{11} = 35$$

$$u_7 = 7$$

$$u_{16} = 70$$

$$u_{95} = 623$$

$$u_4 = -14$$

$$S_1 = -126$$

$$S_2 = 147$$

$$S_3 = 343$$

Exercice 1.4

Sachant que $u_0 = -31$ et $r = -3$, calculer :

a) u_3 ; u_{12} ; u_{50} ; u_{11} ; u_7 ; u_{16} ; u_{95} et u_4

et les trois sommes suivantes :

$$S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3$$

$$S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$$

$$S_3 = u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16}$$

$$u_3 = -40$$

$$u_{12} = -67$$

$$u_{50} = -181$$

$$u_{11} = -64$$

$$u_7 = -52$$

$$u_{16} = -79$$

$$u_{95} = -316$$

$$u_4 = -43$$

$$S_1 = -142$$

$$S_2 = -357$$

$$S_3 = -490$$

Exercice 2.1

Sachant que $u_7 = 10$ et $u_{12} = 25$, calculer r .

$$u_n = u_p + (n - p) \cdot r \quad \text{toujours avec } n \geq p, \text{ bien sûr!}$$

$$u_{12} = u_7 + (12 - 7) \cdot r$$

$$25 = 10 + 5 \cdot r$$

$$25 - 10 = 5 \cdot r$$

$$\frac{15}{5} = r$$

$$r = 3$$

Exercice 2.2

Sachant que $u_5 = 9$ et $u_{20} = 24$, calculer r .

$$u_{20} = u_5 + (20 - 5) \cdot r$$

$$24 = 9 + 15 \cdot r$$

$$24 - 9 = 15 \cdot r$$

$$\frac{15}{15} = r$$

$$r = 1$$

Exercice 2.3

Sachant que $u_2 = 8$ et $u_7 = 1613$, calculer r .

$$u_7 = u_2 + (7 - 2) \cdot r$$

$$1613 = 8 + 5 \cdot r$$

$$1613 - 8 = 5 \cdot r$$

$$\frac{1605}{5} = r$$

$$r = 321$$

Exercice 2.4

Sachant que $u_8 = 0$ et $u_{20} = -30$, calculer r .

$$u_{20} = u_8 + (20 - 8) \cdot r$$

$$-30 = 0 + 12 \cdot r$$

$$-30 - 0 = 12 \cdot r$$

$$\frac{-30}{12} = r$$

$$r = \frac{-5}{2}$$

Exercice 2.5

Sachant que $u_{20} = 90$ et $u_{90} = 146$, calculer r .

$$u_{90} = u_{20} + (90 - 20) \cdot r$$

$$146 = 90 + 70 \cdot r$$

$$146 - 90 = 70 \cdot r$$

$$\frac{56}{70} = r$$

$$r = \frac{4}{5}$$

Exercice 3.1

Sachant que $u_{12} = 25$ et $r = 3$, calculer u_7 .

$$u_n = u_p + (n - p) \cdot r \quad \text{toujours avec } n \geq p, \text{ bien sûr !}$$

$$u_{12} = u_7 + (12 - 7) \cdot 3$$

$$25 = u_7 + 5 \cdot 3$$

$$25 = u_7 + 15$$

$$25 - 15 = u_7$$

$$u_7 = 10$$

Exercice 3.2

Sachant que $u_{20} = 17$ et $r = -2$, calculer u_{10} .

$$u_{20} = u_{10} + (20 - 10) \cdot (-2)$$

$$17 = u_{10} + 10 \cdot (-2)$$

$$17 = u_{10} - 20$$

$$17 + 20 = u_{10}$$

$$u_{10} = 37$$

Exercice 3.3

Sachant que $u_{50} = 50$ et $r = 6$, calculer u_5 .

$$u_{50} = u_5 + (50 - 5) \cdot 6$$

$$50 = u_5 + 45 \cdot 6$$

$$50 = u_5 + 270$$

$$50 - 270 = u_5$$

$$u_5 = -220$$

Exercice 3.4

Sachant que $u_{40} = -40$ et $r = 4$, calculer u_{32} .

$$u_{40} = u_{32} + (40 - 32) \cdot 4$$

$$-40 = u_{32} + 8 \cdot 4$$

$$-40 = u_{32} + 32$$

$$-40 - 32 = u_{32}$$

$$u_{32} = -72$$

Exercice 3.5

Sachant que $u_{15} = -19$ et $r = -3$, calculer u_3 .

$$u_{15} = u_3 + (15 - 3) \cdot (-3)$$

$$-19 = u_3 + 12 \cdot (-3)$$

$$-19 = u_3 - 36$$

$$-19 + 36 = u_3$$

$$u_3 = 17$$

Exercice 4.1

Calculer la somme des 19 premiers multiples de 3.

$$S = \frac{(18 + 1) \cdot (3 + 57)}{2}$$

$$= 570$$

Exercice 4.2

Calculer la somme des 80 premiers multiples de 2.

$$S = \frac{(79 + 1) \cdot (2 + 160)}{2}$$

$$= 6\,480$$

Exercice 4.3

Calculer la somme des 52 premiers multiples de 5.

$$S = \frac{(51 + 1) \cdot (5 + 260)}{2}$$

$$= 6\,890$$

Exercice 4.4

Calculer la somme des 4 premiers multiples de 21.

$$S = \frac{(3 + 1) \cdot (21 + 84)}{2}$$

$$= 210$$

Exercice 4.5

Calculer la somme des 25 premiers multiples de 13.

$$S = \frac{(24 + 1) \cdot (13 + 325)}{2}$$

$$= 4\,225$$

Exercice 4.6

Calculer la somme des 2 premiers multiples de 1.

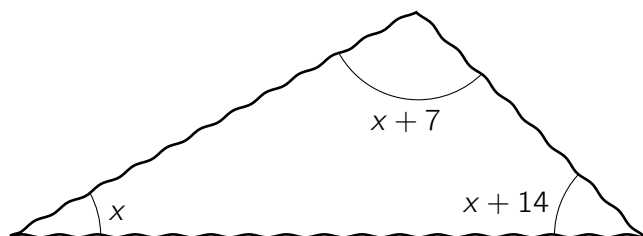
$$S = \frac{(1 + 1) \cdot (1 + 2)}{2}$$

$$= 3$$

Exercice 5.1

Déterminer l'amplitude des angles d'un triangle sachant que les angles sont en suite arithmétique de raison 7° .

Commençons par esquisser un triangle quelconque afin de visualiser la situation :



Les trois angles sont : u_0 ; u_1 ; u_2
 et ils ont pour « valeur » : x ; $x + 7$; $x + 14$

Nous savons également que la somme des angles dans un triangle vaut 180° .

On a donc :

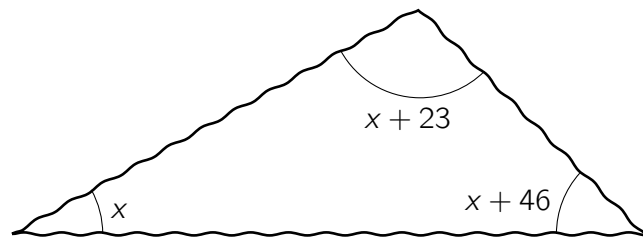
$$\begin{aligned}
 S = 180 &= \frac{(2 + 1) \cdot (u_0 + u_2)}{2} \\
 180 &= \frac{3 \cdot (x + x + 14)}{2} \\
 \frac{180 \cdot 2}{3} &= 2x + 14 \\
 \frac{120 - 14}{2} &= x \\
 x &= 53
 \end{aligned}$$

Les trois angles valent donc : 53° ; 60° ; 67°

Exercice 5.2

Déterminer l'amplitude des angles d'un triangle sachant que les angles sont en suite arithmétique de raison 23° .

Commençons par esquisser un triangle quelconque afin de visualiser la situation :



Les trois angles sont : u_0 ; u_1 ; u_2

et ils ont pour « valeur » : x ; $x + 23$; $x + 46$

Nous savons également que la somme des angles dans un triangle vaut 180° .

On a donc :

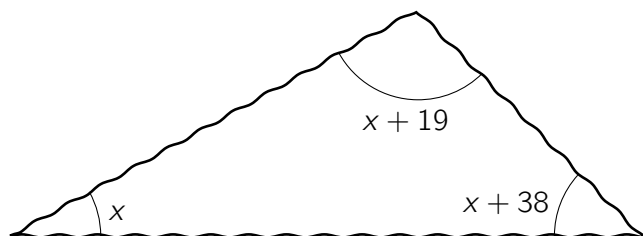
$$\begin{aligned}
 S = 180 &= \frac{(2 + 1) \cdot (u_0 + u_2)}{2} \\
 180 &= \frac{3 \cdot (x + x + 46)}{2} \\
 \frac{180 \cdot 2}{3} &= 2x + 46 \\
 \frac{120 - 46}{2} &= x \\
 x &= 37
 \end{aligned}$$

Les trois angles valent donc : 37° ; 60° ; 83°

Exercice 5.3

Déterminer l'amplitude des angles d'un triangle sachant que les angles sont en suite arithmétique de raison 19° .

Commençons par esquisser un triangle quelconque afin de visualiser la situation :



Les trois angles sont : u_0 ; u_1 ; u_2

et ils ont pour « valeur » : x ; $x + 19$; $x + 38$

Nous savons également que la somme des angles dans un triangle vaut 180° .

On a donc :

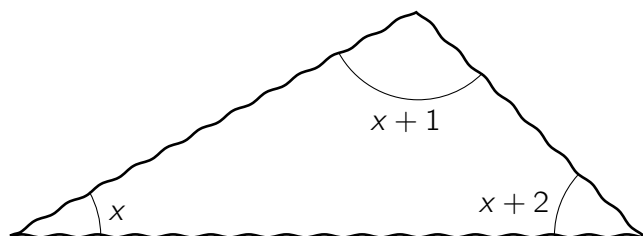
$$\begin{aligned}
 S = 180 &= \frac{(2 + 1) \cdot (u_0 + u_2)}{2} \\
 180 &= \frac{3 \cdot (x + x + 38)}{2} \\
 \frac{180 \cdot 2}{3} &= 2x + 38 \\
 \frac{120 - 38}{2} &= x \\
 x &= 41
 \end{aligned}$$

Les trois angles valent donc : 41° ; 60° ; 79°

Exercice 5.4

Déterminer l'amplitude des angles d'un triangle sachant que les angles sont en suite arithmétique de raison 1° .

Commençons par esquisser un triangle quelconque afin de visualiser la situation :



Les trois angles sont : u_0 ; u_1 ; u_2
 et ils ont pour « valeur » : x ; $x+1$; $x+2$

Nous savons également que la somme des angles dans un triangle vaut 180° .

On a donc :

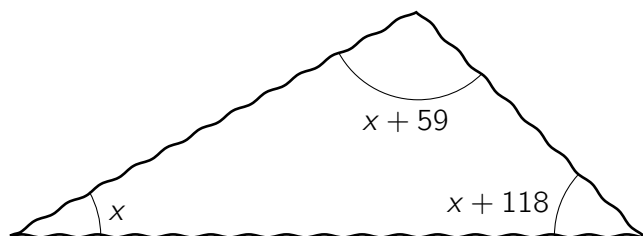
$$\begin{aligned}
 S = 180 &= \frac{(2+1) \cdot (u_0 + u_2)}{2} \\
 180 &= \frac{3 \cdot (x + x+2)}{2} \\
 \frac{180 \cdot 2}{3} &= 2x + 2 \\
 \frac{120 - 2}{2} &= x \\
 x &= 59
 \end{aligned}$$

Les trois angles valent donc : 59° ; 60° ; 61°

Exercice 5.5

Déterminer l'amplitude des angles d'un triangle sachant que les angles sont en suite arithmétique de raison 59° .

Commençons par esquisser un triangle quelconque afin de visualiser la situation :



Les trois angles sont : u_0 ; u_1 ; u_2
 et ils ont pour « valeur » : x ; $x + 59$; $x + 118$

Nous savons également que la somme des angles dans un triangle vaut 180° .

On a donc :

$$\begin{aligned}
 S = 180 &= \frac{(2 + 1) \cdot (u_0 + u_2)}{2} \\
 180 &= \frac{3 \cdot (x + x + 118)}{2} \\
 \frac{180 \cdot 2}{3} &= 2x + 118 \\
 \frac{120 - 118}{2} &= x \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

Les trois angles valent donc : 1° ; 60° ; 118°