

Chapitre 2 – 6^e

Exercice 1

Sachant que $u_8 = \frac{125}{32}$ et $q = \frac{-1}{2}$,

1. Calculer le terme u_0
2. Exprimer u_n en fonction de n .

$$\begin{aligned}u_8 &= u_0 \cdot q^8 \\ \frac{125}{32} &= u_0 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^8 \\ \frac{125}{32} &= u_0 \cdot \frac{1}{256} \\ \frac{125}{32} \cdot \frac{256}{1} &= u_0 \\ u_0 &= 1000\end{aligned}$$

$$u_n = 1000 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^n$$

Exercice 2

Sachant que $u_5 = \frac{-81}{32}$ et $q = \frac{3}{2}$,

1. Calculer le terme u_1
2. Exprimer u_n en fonction de n .

$$\begin{aligned}
 u_5 &= u_1 \cdot q^{5-1} \\
 \frac{-81}{32} &= u_1 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \\
 \frac{-81}{32} &= u_1 \cdot \frac{81}{16} \\
 \frac{-81}{32} \cdot \frac{16}{81} &= u_1 \\
 u_1 &= \frac{-1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u_0 \cdot \frac{3}{2} \\
 \frac{-1}{2} \cdot \frac{2}{3} &= u_0 \\
 u_0 &= \frac{-1}{3}
 \end{aligned}$$

$$u_n = \frac{-1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

Exercice 3

Sachant que $u_7 = 0,512$ et $u_{10} = 4,096$,

1. Calculer la raison q
2. Calculer le terme u_0
3. Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_n = u_p \cdot q^{n-p}$$

$$4,096 = 0,512 \cdot q^{10-7}$$

$$\frac{4,096}{0,512} = q^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{4,096}{0,512}} = q$$

$$q = 2$$

$$u_7 = u_0 \cdot 2^7$$

$$\frac{0,512}{2^7} = u_0$$

$$u_0 = 0,004$$

$$u_n = 0,004 \cdot 2^n$$

Exercice 4

Sachant que $u_0 = 16$ et $u_4 = 81$, calculer la raison q .

$$u_n = u_0 \cdot q^n$$

$$81 = 16 \cdot q^4$$

$$\frac{81}{16} = q^4$$

$$\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = q$$

$$q = \frac{3}{2}$$

Exercice 5

Sachant que $u_0 = 1$ et $q = 0,5$,

1. Calculer le terme u_5
2. Calculer la somme des six premiers termes de cette série.

$$u_5 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$u_5 = \frac{1}{32}$$

$$S = u_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$= 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{5+1}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{2^6}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{64}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{64-1}{64}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{63}{64} \cdot \frac{2}{1}$$

$$S = \frac{63}{32}$$

Exercice 6

Sachant que $u_5 = 729$ et $q = -3$,

1. Calculer le terme u_{10}
2. Calculer le terme u_0

$$\begin{aligned}u_{10} &= u_5 \cdot q^{10-5} \\&= 729 \cdot (-3)^5 \\&= 729 \cdot (-243) \\&= -177147\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_5 &= u_0 \cdot q^5 \\729 &= u_0 \cdot (-3)^5 \\\frac{729}{-243} &= u_0 \\u_0 &= -3\end{aligned}$$

Exercice 7

Je place un capital de 20 000 € à 5% l'an.

1. De combien disposerais-je après 4 ans ?
2. Et après 10 ans ?

$$\begin{aligned}
 u_4 &= u_0 \cdot q^4 \\
 &= 20000 \cdot (1,05)^4 \\
 &= 24310,125 \\
 u_4 &= 24\,310,13 \text{ €}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_{10} &= 20000 \cdot (1,05)^{10} \\
 &= 32577,89253... \\
 u_4 &= 32\,577,89 \text{ €}
 \end{aligned}$$

Exercice 8

En utilisant la formule adéquate, calculer la somme suivante :

$$S = 3 + 60 + 1\,200 + 24\,000 + 480\,000$$

$$\begin{aligned}
 S &= u_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \\
 &= 3 \cdot \frac{1 - 20^{4+1}}{1 - 20} \\
 &= 3 \cdot \frac{1 - 3\,200\,000}{-19} \\
 &= 3 \cdot \frac{-3\,199\,999}{-19} \\
 &= 3 \cdot 168\,421 \\
 S &= 505\,263
 \end{aligned}$$

Exercice 9

Calculer la somme des six premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 50 et de raison 5.

$$\begin{aligned}
 S &= u_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \\
 &= 50 \cdot \frac{1 - 5^6}{1 - 5} \\
 &= 50 \cdot \frac{1 - 15\,625}{-4} \\
 &= 50 \cdot \frac{-15\,624}{-4} \\
 &= 50 \cdot 3906 \\
 S &= 195\,300
 \end{aligned}$$

Exercice 10

En utilisant la formule adéquate, calculer la somme suivante :

$$S = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 + 2\,187 + 6\,561$$

$$\begin{aligned}
 S &= u_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \\
 &= 1 \cdot \frac{1 - 3^9}{1 - 3} \\
 &= \frac{1 - 19\,683}{-2} \\
 &= \frac{-19\,682}{-2} \\
 S &= 9\,841
 \end{aligned}$$