

Chapitre 3

Exercice 1

On jette une fois un dé non truqué et on note le point figurant sur la face supérieure.

1. Déterminer l'ensemble fondamental de l'expérience et déterminer $\#\Omega$ ($\#\Omega$ correspond au nombre d'éléments de Ω).

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \rightarrow \#\Omega = 6$$

2. Déterminer tous les événements élémentaires, notés $E_1, E_2, \dots$
 $E_1 = \{1\}; E_2 = \{2\}; E_3 = \{3\}; E_4 = \{4\}; E_5 = \{5\}; E_6 = \{6\}$

3. Soient A, B et C les événements suivants :

A : « obtenir un nombre pair »

B : « obtenir un nombre impair »

C : « obtenir un nombre premier »

- Décrire A, B et C sous forme d'ensemble.

$$A = \{2; 4; 6\} \qquad B = \{1; 3; 5\} \qquad C = \{2; 3; 5\}$$

4. Décrire par une phrase $B \cap C, C^C, A \cap B$ et $A \cup C$

$B \cap C$: « obtenir un nombre impair et premier »

C^C : « obtenir un nombre qui n'est pas premier »

$A \cap B$: « obtenir un nombre pair et impair »

$A \cup C$: « obtenir un nombre pair ou premier »

5. Décrire par un ensemble $B \cap C, C^C, A \cap B$ et $A \cup C$

$$B \cap C = \{3; 5\}$$

$$C^C = \{1; 4; 6\}$$

$$A \cap B = \{\} \text{ ou } A \cap B = \emptyset$$

$$A \cup C = \{2; 3; 4; 5; 6\}$$

6. Lesquels de ces ensembles sont disjoints ? Que peut-on en conclure à propos des événements correspondants ?

Les ensembles A et B sont disjoints parce qu'ils n'ont rien en commun. On ne peut pas avoir un nombre qui soit à la fois pair et impair.

Exercice 2

On jette deux dés non truqués et on note les points figurant sur leur face supérieure.

1. Décrire Ω et déterminer $\#\Omega$.

$$\begin{aligned}\Omega = \{ & (1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); \\ & (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); \\ & (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); \\ & (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); \\ & (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); \\ & (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6) \}\end{aligned}$$

$$\rightarrow \#\Omega = 6^2 = 36$$

2. Déterminer tous les événements élémentaires, notés $E_1, E_2, \dots$

$$\begin{aligned}E_1 &= \{(1; 1)\}; E_2 = \{(1; 2)\}; E_3 = \{(1; 3)\}; E_4 = \{(1; 4)\}; \dots; \\ E_{21} &= \{(4; 3)\}; \dots; E_{36} = \{(6; 6)\}\end{aligned}$$

3. Soient A et B les événements correspondant respectivement à l'apparition de deux points identiques et à l'apparition de deux points dont le point maximum est un 3.

- Décrire les ensembles $A, B, A \cap B$ et $A \cup B$

$$A = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$$

$$B = \{(1; 3); (2; 3); (3; 3); (3; 1); (3; 2)\}$$

$$A \cap B = \{(3; 3)\}$$

$$\begin{aligned}A \cup B &= \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6); \\ & (1; 3); (2; 3); (3; 1); (3; 2)\}\end{aligned}$$

- Déterminer $\#A, \#B, \#(A \cap B)$ et $\#(A \cup B)$

$$\#A = 6$$

$$\#B = 5$$

$$\#(A \cap B) = 1$$

$$\#(A \cup B) = 10$$

Exercice 3 (1. à 3.)

On tire une carte d'un jeu bien mélangé de 52 cartes.

1. Décrire Ω et déterminer $\#\Omega$.

$$\begin{aligned}\Omega = \{ & (A; R; D; V; 10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2)\heartsuit; \\ & (A; R; D; V; 10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2)\diamondsuit; \\ & (A; R; D; V; 10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2)\clubsuit; \\ & (A; R; D; V; 10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2)\spadesuit\} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \#\Omega = 52$$

2. Déterminer tous les événements élémentaires, notés $E_1, E_2, \dots$

$$E_1 = \{A\heartsuit\}; E_2 = \{R\heartsuit\}; E_3 = \{D\heartsuit\}; E_4 = \{V\heartsuit\}; \dots;$$

$$E_{23} = \{5\diamondsuit\}; \dots; E_{32} = \{9\clubsuit\}; \dots; E_{52} = \{2\spadesuit\}$$

3. Soient A et B les événements suivants :

A : « obtenir une dame »

B : « obtenir un coeur »

- Décrire par une phrase les événements A^C , B^C , $A \cap B$, $A \cup B$ et $A \cap B^C$

A^C : « ne pas obtenir une dame »

B^C : « ne pas obtenir un coeur »

$A \cap B$: « obtenir une dame et un coeur »

$A \cup B$: « obtenir une dame ou un coeur »

$A \cap B^C$: « obtenir une dame et pas un coeur »

- Déterminer $\#A$, $\#B$, $\#A^C$, $\#B^C$, $\#(A \cap B)$, $\#(A \cup B)$ et $\#(A \cap B^C)$

$$\#A = 4$$

$$\#B = 13$$

$$\#A^C = 52 - 4 = 48$$

$$\#B^C = 52 - 13 = 39$$

$$\#(A \cap B) = 1$$

$$\#(A \cup B) = 4 + 13 - 1 = 16$$

$$\#(A \cap B^C) = 3$$

Exercice 3 (4. & 5.)

4. Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Justifier la réponse.
Les ensembles A et B ne sont pas incompatibles parce qu'ils ont la dame de coeur en commun.
5. Déterminer un événement C incompatible avec l'événement B .
Il n'est demandé qu'un seul événement C incompatible avec l'événement B mais il en existe plusieurs. Par exemples :
 C : « obtenir un carreau »
 C : « obtenir un trèfle »
 C : « obtenir un pique »
 C : « obtenir une carte noire »
Plus tous les événements élémentaires...