

Chapitre 4

Exercice 1

Trois chevaux A, B et C prennent le départ d'une course.

Le cheval A a deux fois plus de chance de gagner que le B et le B a deux fois plus de chance que le C.

Quelles sont les probabilités de gagner pour chacun ?

$$P(A) = 2 \cdot P(B) \quad \rightarrow \quad P(A) = 4 \cdot P(C)$$

$$P(B) = 2 \cdot P(C)$$

$$P(\Omega) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$1 = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$1 = 4 \cdot P(C) + 2 \cdot P(C) + P(C)$$

$$1 = 7 \cdot P(C)$$

$$\rightarrow P(C) = \frac{1}{7}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{4}{7}$$

$$P(B) = \frac{2}{7}$$

Peut-on effectuer le calcul en utilisant une autre variable que C ?

Réponse page suivante

Exercice 1 - résolutions différentes

- En calculant d'abord la probabilité de A :

$$P(A) = 2 \cdot P(B) \rightarrow P(B) = \frac{1}{2} \cdot P(A)$$

$$P(B) = 2 \cdot P(C) \rightarrow P(C) = \frac{1}{2} \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot P(A)$$

$$P(\Omega) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$1 = P(A) + \frac{1}{2} \cdot P(A) + \frac{1}{4} \cdot P(A)$$

$$1 = \frac{4}{4} \cdot P(A) + \frac{2}{4} \cdot P(A) + \frac{1}{4} \cdot P(A)$$

$$1 = \frac{7}{4} \cdot P(A)$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{4}{7}$$

$$\rightarrow P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$$

$$P(C) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$$

- En calculant d'abord la probabilité de B :

$$P(A) = 2 \cdot P(B)$$

$$P(B) = 2 \cdot P(C) \rightarrow P(C) = \frac{1}{2} \cdot P(B)$$

$$P(\Omega) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$1 = 2 \cdot P(B) + P(B) + \frac{1}{2} \cdot P(B)$$

$$1 = \frac{7}{2} \cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(B) = \frac{2}{7}$$

$$\rightarrow P(A) = 2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

$$P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$$

Exercice 2

Quatre personnes A, B, C et D organisent un jeu entre elles où il n'y a qu'un gagnant possible.

Sachant que

A a quatre fois plus de chance de gagner que C

B a trois fois plus de chance de gagner que C

D a la même chance de gagner que B,

quelle est la probabilité que D ne gagne pas ?

$$P(A) = 4 \cdot P(C)$$

$$P(B) = 3 \cdot P(C)$$

$$P(D) = P(B) = 3 \cdot P(C)$$

$$P(\Omega) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$$

$$1 = 4 \cdot P(C) + 3 \cdot P(C) + P(C) + 3 \cdot P(C)$$

$$1 = 11 \cdot P(C)$$

$$\longrightarrow P(C) = \frac{1}{11}$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{4}{11}$$

$$P(B) = \frac{3}{11}$$

$$P(D) = \frac{3}{11} \quad \longrightarrow \quad P(D^c) = \frac{8}{11}$$

Exercice 3

Un groupe de 7 amis (3 garçons et 4 filles) décide de participer aux « 20 km de Bruxelles ». Par facilité, on les notera A, B et C pour les garçons et D, E, F et G pour les filles.

Sachant que

A a trois fois plus de chance de gagner que C

F a quatre fois plus de chance de gagner que C

E a quatre fois plus de chance de gagner que F

D n'a que deux chances sur trois de gagner par rapport à A

G n'a qu'une chance sur deux de gagner par rapport à B

B n'a que deux chances sur cinq de gagner par rapport à A,

quelle est la probabilité, pour chacun des garçons, de gagner ?

$$P(A) = 3 \cdot P(C)$$

$$P(F) = 4 \cdot P(C)$$

$$P(E) = 4 \cdot P(F) = 4 \cdot 4 \cdot P(C) = 16 \cdot P(C)$$

$$P(D) = \frac{2}{3} \cdot P(A) = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot P(C) = 2 \cdot P(C)$$

$$P(G) = \frac{1}{2} \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot P(C) = \frac{3}{5} \cdot P(C)$$

$$P(B) = \frac{2}{5} \cdot P(A) = \frac{2}{5} \cdot 3 \cdot P(C) = \frac{6}{5} \cdot P(C)$$

Exercice 3 - suite

$$P(\Omega) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D) + P(E) + P(F) + P(G)$$

$$1 = 3 \cdot P(C) + \frac{6}{5} \cdot P(C) + P(C) + 2 \cdot P(C) \\ + 16 \cdot P(C) + 4 \cdot P(C) + \frac{3}{5} \cdot P(C)$$

$$1 = \left(26 + \frac{9}{5}\right) \cdot P(C)$$

$$1 = \frac{139}{5} \cdot P(C)$$

$$\longrightarrow P(C) = \frac{5}{139}$$

$$\rightarrow P(A) = 3 \cdot \frac{5}{139} = \frac{15}{139}$$

$$P(B) = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{139} = \frac{6}{139}$$