

Chapitre 5 – par dénombrement

Exercice 1

Dans un jeu télévisé, les participants doivent tirer une boule d'une urne. Cette urne contient dix-sept boules blanches et trois boules noires. Déterminer, lors du premier tirage, la probabilité qu'a un candidat de tirer une boule noire.

$$\Omega = \{17B; 3N\} \rightarrow \#\Omega = 20$$

$$A = \{3N\} \rightarrow \#A = 3 \rightarrow P(A) = \frac{3}{20} \quad (= 0,15)$$

Exercice 2

Une urne contient sept boules : une blanche, quatre rouges et deux jaunes. On tire une boule de l'urne. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « la boule tirée est rouge »

B : « la boule tirée est jaune »

C : « la boule tirée est blanche ou rouge »

$$\Omega = \{1B; 4R; 2J\} \rightarrow \#\Omega = 7$$

A : « la boule tirée est rouge »

$$A = \{4R\} \rightarrow \#A = 4 \rightarrow P(A) = \frac{4}{7} \quad (= 0,57)$$

B : « la boule tirée est jaune »

$$B = \{2J\} \rightarrow \#B = 2 \rightarrow P(B) = \frac{2}{7} \quad (= 0,29)$$

C : « la boule tirée est blanche ou rouge »

$$C = \{1B; 4R\} \rightarrow \#C = 5 \rightarrow P(C) = \frac{5}{7} \quad (= 0,71)$$

Exercice 3

On lance un dé non truqué. Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « le point obtenu est supérieur à 2 »

B : « le point obtenu est un multiple de 3 »

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \rightarrow \#\Omega = 6$$

A : « le point obtenu est supérieur à 2 »

$$A = \{3; 4; 5; 6\} \rightarrow \#A = 4 \rightarrow P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (= 0,67)$$

B : « le point obtenu est un multiple de 3 »

$$B = \{3; 6\} \rightarrow \#B = 2 \rightarrow P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad (= 0,33)$$

Exercice 4

Dans un jeu de 32 cartes, bien mélangé, on tire une carte. Les événements sont :

A : « la carte est un pique »

B : « la carte est une figure »

- Définir par une phrase A^C , $A \cap B$ et $A \cup B$.
 - * A^C : « la carte n'est pas un pique »
 - * $A \cap B$: « la carte est un pique et une figure »
 - * $A \cup B$: « la carte est un pique ou une figure »
- Puis calculer $P(A)$, $P(A^C)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$.

$$\Omega = \{(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\heartsuit;$$

$$(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\diamondsuit;$$

$$(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\clubsuit;$$

$$(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\spadesuit\}$$

$$\rightarrow \#\Omega = 32$$

$$A = \{(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\spadesuit\}$$

$$\rightarrow \#A = 8$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \quad (= 0,25)$$

$$A^C = \{(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\heartsuit;$$

$$(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\diamondsuit;$$

$$(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7)\clubsuit\}$$

$$\rightarrow \#A^C = 24$$

$$\rightarrow P(A^C) = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} \quad (= 0,75)$$

$$B = \{(R; D; V)\heartsuit;$$

$$(R; D; V)\diamondsuit;$$

$$(R; D; V)\clubsuit;$$

$$(R; D; V)\spadesuit\}$$

$$\rightarrow \#B = 8$$

$$\rightarrow P(B) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} \quad (= 0,375)$$

Exercice 4 (suite)

$$A \cap B = \{(R; D; V) \spadesuit\}$$

$$\rightarrow \#A \cap B = 3$$

$$\rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{32} \quad (= 0,09375)$$

$$A \cup B = \{(R; D; V) \heartsuit;$$

$$(R; D; V) \diamondsuit;$$

$$(R; D; V) \clubsuit;$$

$$(A; R; D; V; 10; 9; 8; 7) \spadesuit\}$$

$$\rightarrow \#A \cup B = 17$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{17}{32} \quad (= 0,53125)$$

Exercice 5

On jette deux dés non truqués et on note le couple de points obtenus.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « les deux points sont identiques »

B : « le résultat comporte exactement un 3 »

C : « le résultat ne comporte aucun 6 »

D : « la somme des points vaut 10 »

E : « le résultat comporte un 6 ou un 5 »

$$\begin{aligned}\Omega = \{ & (1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); \\ & (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); \\ & (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); \\ & (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); \\ & (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); \\ & (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6) \} \\ \rightarrow \# \Omega = 36\end{aligned}$$

★ A : « les deux points sont identiques »

$$A = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$$

$$\rightarrow \#A = 6 \rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad (= 0,1666\dots)$$

★ B : « le résultat comporte exactement un 3 »

$$B = \{(1; 3); (2; 3); (4; 3); (5; 3); (6; 3); \\ (3; 1); (3; 2); (3; 4); (3; 5); (3; 6)\}$$

$$\rightarrow \#B = 10 \rightarrow P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \quad (= 0,2777\dots)$$

Exercice 5 (suite)

- ★ C : « le résultat ne comporte aucun 6 »

$$C = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); \\ (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); \\ (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); \\ (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); \\ (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5)\}$$

$$\rightarrow \#C = 25 \rightarrow P(C) = \frac{25}{36} \quad (= 0,69444...)$$

- ★ D : « la somme des points vaut 10 »

$$D = \{(6; 4); (5; 5); (4; 6)\}$$

$$\rightarrow \#D = 3 \rightarrow P(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \quad (= 0,08333...)$$

- ★ E : « le résultat comporte un 6 ou un 5 »

$$E = \{(1; 5); (2; 5); (3; 5); (4; 5); \\ (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); \\ (1; 6); (2; 6); (3; 6); (4; 6); \\ (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4)\}$$

$$\rightarrow \#E = 16 \rightarrow P(E) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} \quad (= 0,44444...)$$

Exercice 6

On jette trois pièces de monnaie bien équilibrées et on note, dans l'ordre, la succession de « pile P » et de « face F » obtenue. Calculer la probabilité d'obtenir :

- * exactement trois P
- * exactement deux F
- * des résultats alternés
- * au moins un P

$$\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$$

$$\rightarrow \#\Omega = 8$$

- ★ exactement trois P

$$A = \{PPP\} \rightarrow \#A = 1$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{1}{8} \quad (= 0,125)$$

- ★ exactement deux F

$$B = \{PFF; FPF; FFP\} \rightarrow \#B = 3$$

$$\rightarrow P(B) = \frac{3}{8} \quad (= 0,375)$$

- ★ des résultats alternés

$$C = \{PFP; FPF\} \rightarrow \#C = 2$$

$$\rightarrow P(C) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad (= 0,25)$$

- ★ au moins un P

$$D = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP\} \rightarrow \#D = 7$$

$$\rightarrow P(D) = \frac{7}{8} \quad (= 0,875)$$